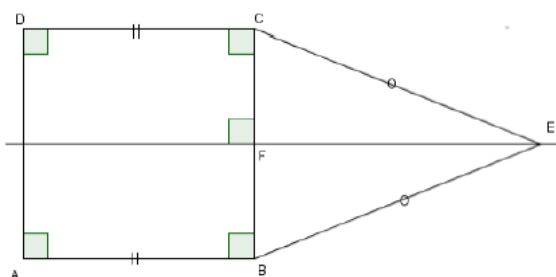


Espace et géométrie - Item 1

Espace et géométrie

Voici une figure complexe. Identifier le nom de la figure FEC en cochant la bonne réponse.



La figure FEC est un :

- ☐ triangle rectangle
- ☐ triangle isocèle
- ☐ losange
- ☐ triangle équilatéral

Réponse attendue	« triangle rectangle »
Descriptif de la tâche	Reconnaître et nommer une figure simple dans une figure complexe en repérant et interprétant des codages.
Positionnement	Cet item fait partie de l'ensemble d'items qui caractérisent le niveau "Maîtrise fragile" et témoigne de ce que les élèves de ce niveau savent faire.
Compétence(s) mathématique(s)	Représenter – Modéliser
Contexte de la situation	Intra mathématiques

Éléments de compréhension de la réussite ou de l'échec de l'élève à l'item

- Raisons pouvant expliquer la réussite de l'item par les élèves ayant une maîtrise fragile ou plus
 - Présence de nombreux codages d'angles droits qui peuvent induire la réponse ;
 - Présence de rectangles accolés à des triangles ;
 - Bonne connaissance des figures en jeu, qui sont travaillées de longue date à l'école ;
 - Possibilité d'écarter « triangle isocèle » et « triangle équilatéral », sans familiarité avec les codages, les longueurs des trois côtés du triangle FEC étant nettement différentes.

- Difficultés susceptibles de mettre en échec un élève de niveau de maîtrise inférieur

- La question s'appuie sur une figure complexe.
- Absence de codage de l'angle droit en F dans le triangle FEC. Il faut donc, plus ou moins consciemment, faire appel à ses connaissances (si deux droites sont perpendiculaires alors elles définissent quatre angles droits en leur point d'intersection)
- Présence de codages d'égalités de longueurs peu pratiqués à l'école primaire. Même s'ils ne sont pas utiles pour répondre à la question, ils peuvent déstabiliser.
- Confusion possible entre la figure FEC et la figure BEC.

- Analyse des distracteurs

Les trois réponses fausses proposées sont grossièrement fausses dont peu incitatives.

- Le choix de la réponse « triangle isocèle » peut venir de la confusion entre FEC et BEC.
- Le choix de la réponse « losange » peut concerner un élève qui n'aurait que peu rencontré ce terme.
- Le choix de la réponse « triangle équilatéral » peut traduire la confusion entre FEC et BEC et l'appui sur une impression visuelle.

Pistes d'exploitation des résultats de l'évaluation

- Différenciation pédagogique (complexification et/ou simplification de l'item)

Modifications possibles de l'item pour en faire un item correspondant au niveau de maîtrise inférieur

- Enlever les codages d'égalités de longueur.
- Visualiser seulement l'angle droit en F dans le triangle FEC.
- Modifier la question en traçant le segment [FA] et en demandant la nature de la figure FAB. On permet alors à l'élève de s'appuyer sur sa conception du triangle rectangle comme « la moitié » d'un rectangle.

Modifications possibles de l'item pour en faire un item correspondant au niveau supérieur

- Rendre les distracteurs plus crédibles. Par exemple :
 - Augmenter la longueur FC de sorte qu'elle soit visuellement proche de la longueur FE, ou rapprocher E de F de sorte que visuellement le triangle FEC semble isocèle.
 - Tracer aussi le quadrilatère ECIB avec I à l'intersection de (FE) et (AD).
- Demander la nature d'une figure non totalement tracée comme FAB ou BDC.
- Demander la nature du triangle BCE avec les mêmes distracteurs.

- Remédiations possibles

- Travailler sur un support papier de l'énoncé :
 - faire passer en couleur la figure FEC et coder l'angle droit $\widehat{CFE}$,
 - faire utiliser les instruments de géométrie et de mesure pour conjecturer la nature du triangle FEC

- employer du papier calque pour isoler le triangle en jeu ou pour recomposer un rectangle le contenant.
- Travailler, à l'oral ou à l'écrit, sur les définitions d'un triangle isocèle, d'un triangle équilatéral, d'un losange, d'un triangle rectangle. Faire tracer librement un exemple de chacune de ces figures. Faire identifier tel ou tel parmi différentes figures fournies.

Exemple de ressources

- Repères annuels de progression pour le cycle 3.
<https://eduscol.education.fr/pid38211/reperes-et-attendus.html>
- Ressource d'accompagnement « espace et géométrie au cycle 3 »
https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Geometrie/38/5/RA16_C3_MATH_Espace-geometrie_897385.pdf
- Figures planes dynamiques :
<https://labomep.sesamath.net>

Espace et géométrie - Item 2

Espace et géométrie

Voici un programme de construction. Trouver la figure associée à ce programme.

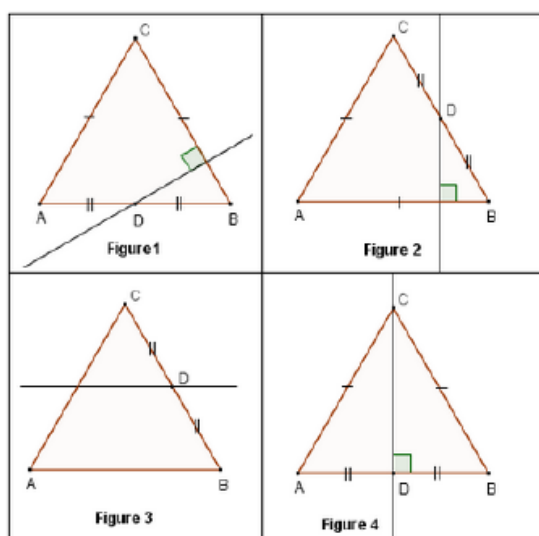
"Trace un triangle équilatéral ABC.

Place D le milieu de [BC].

Trace la perpendiculaire à (AB) passant par D."

Cocher la bonne réponse.

- ☐ figure 3
- ☐ figure 2
- ☐ figure 1
- ☐ figure 4



Réponse attendue	« figure 2 »
Descriptif de la tâche	Retrouver la figure résultant d'un programme de construction.
Positionnement	Cet item fait partie de l'ensemble d'items qui caractérisent le niveau "Maîtrise satisfaisante" et témoigne de ce que les élèves de ce niveau savent faire.
Compétence(s) mathématique(s)	Chercher - Représenter – Modéliser - Reasonner
Contexte de la situation	Intra mathématiques

Éléments de compréhension de la réussite ou de l'échec de l'élève à l'item

- Raisons pouvant expliquer la réussite de l'item par les élèves ayant une maîtrise satisfaisante ou plus**

- Familiarité avec les notations de droite, de segment et de point (au-delà des attendus du cycle 3).
- Familiarité avec le codage de l'angle droit et celui des égalités de longueurs.
- Aptitude à réaliser mentalement les étapes d'un programme de construction.
- Aptitude à prendre en compte conjointement deux contraintes portant sur un même objet.

- **Difficultés susceptibles de mettre en échec un élève de niveau de maîtrise inférieur**

- Différence entre l'ordre des réponses à cocher et la numérotation des figures.
- Utilisation de « $[BC]$ » au lieu de « segment $[BC]$ », de « (AB) » au lieu de « droite (AB) », de « perpendiculaire » au lieu de « droite perpendiculaire », de « D » au lieu de « le point D ». Ces « notations condensées » ne sont pas, conformément au programme, travaillées à l'école primaire.
- Utilisation inégale par les professeurs des écoles du codage des égalités de longueurs. Certains élèves les ont donc peu rencontrées à l'entrée en sixième.
- Pas d'incitation à mettre en œuvre soi-même le programme de construction du fait du contexte (support informatique, pas d'instruments de géométrie disponibles) bien que les élèves disposent d'un brouillon. Il faut donc être capable d'en imaginer la mise en œuvre ou de réaliser une figure à main levée au brouillon.
- Manque de recul sur ce qui est demandé dans la 3^e étape du programme (Tracer une droite perpendiculaire à une autre et passant par un point non situé sur cette droite) qui n'est abordé qu'au CM2 (cf repères annuels).

- **Analyse des distracteurs**

- Dans les figures 1 et 4, le point D est le milieu du segment « horizontal » $[AB]$, celui que regardent souvent en premier les élèves.
- Le choix « figure 3 » permet d'identifier les élèves qui confondent « parallèle » et « perpendiculaire ».
- Le choix « figure 4 » permet d'identifier les élèves qui ne prennent pas correctement en compte la consigne 2 mais prennent bien en compte la consigne 3.
- Le choix « figure 1 » permet d'identifier les élèves qui ne prennent correctement en compte ni la 2^e ni la 3^e consigne de construction.

Pistes d'exploitation des résultats de l'évaluation

- **Différenciation pédagogique (complexification et/ou simplification de l'item)**

Modifications possibles de l'item pour en faire un item correspondant au niveau de maîtrise inférieur

- Proposer une figure dans laquelle D est un point du segment $[BC]$ mais n'est pas son milieu.
- Modifier la 3^e consigne en demandant de tracer la perpendiculaire à (AC) passant par D .

Modifications possibles de l'item pour en faire un item correspondant au niveau supérieur

- Ne proposer que deux ou trois figures.
- Rajouter les mots « point », « segment », « droite » dans le programme de calcul.
- Demander de tracer la droite perpendiculaire à la droite (BC) passant par le point D .
- Demander de placer le point D milieu du segment $[AB]$ puis de tracer la droite perpendiculaire à la droite (AB) passant par le point D .

- Remédiations possibles

- Donner une droite d . Puis faire tracer une droite parallèle à la droite d et passant par un point donné, une droite perpendiculaire à la droite d et passant par un point appartenant à la droite d , une droite perpendiculaire à la droite d et passant par un point n'appartenant pas à la droite d . Identifier où en sont les élèves par rapport à la maîtrise de ces apprentissages et organiser en conséquence leur renforcement.
- Faire réaliser pas à pas le programme de construction par les élèves, à la main ou avec un logiciel.
- Proposer des exercices de reconnaissance du résultat d'un programme de construction plus simple : à une étape, puis à deux étapes.
- Faire concevoir, ou utiliser, un jeu de dominos du type « programme de construction (case de gauche) – figure (case de droite) » à associer sur le principe des dominos.

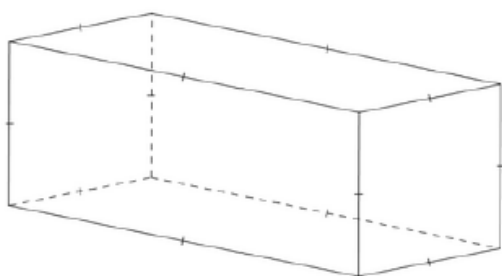
Exemple de ressources

- Repères annuels de progression pour le cycle 3.
<https://eduscol.education.fr/pid38211/reperes-et-attendus.html>
- Ressource d'accompagnement « espace et géométrie au cycle 3 »
https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Geometrie/38/5/RA16_C3_MATH_Espace-geometrie_897385.pdf

Espace et géométrie - Item 3

Espace et géométrie

Voici la représentation d'un solide. Observer le solide puis compléter le texte.



Il y a sommets.

— laisser vide —

8

4

6

Réponse attendue	« 8 »
Descriptif de la tâche	Connaître le vocabulaire associé au pavé droit et à ses propriétés. Décrire un solide représenté en perspective axonométrique.
Positionnement	Cet item fait partie de l'ensemble d'items qui caractérisent le niveau "Maîtrise fragile" et témoigne de ce que les élèves de ce niveau savent faire.
Compétence(s) mathématique(s)	Représenter
Contexte de la situation	Intra mathématiques

Éléments de compréhension de la réussite ou de l'échec de l'élève à l'item

- Raisons pouvant expliquer la réussite de l'item par les élèves ayant une maîtrise fragile ou plus
 - Rencontre de ce solide nommé « pavé droit » et emploi du vocabulaire « sommet » depuis le cycle 2.
 - Figure très lisible, peu chargée, sans distracteurs (nom des sommets ou autres).
 - Peu de choix de réponses fausses susceptibles d'attirer les élèves.

- **Difficultés susceptibles de mettre en échec un élève de niveau de maîtrise inférieur**

- Confusion entre le sens du mot « sommet » en mathématiques et dans la vie de tous les jours (sommet d'une montagne).
- Confusion entre les sommets du solide et les sommets d'une de ses faces.
- Manque de maîtrise, plus global, du vocabulaire spécifique « côté » ou « arête », « face », « sommet ».

- **Analyse des distracteurs**

- Réponse « 4 » : elle peut traduire la confusion entre les sommets du pavé droit et les sommets (ou les côtés) du carré ou du rectangle de face. Elle peut traduire aussi la confusion entre « sommets d'un solide » et « points les plus hauts » d'un solide.
- Réponse « 6 » : elle peut traduire la confusion entre « face » et « sommet ».
- La réponse « laisser vide » laisse supposer que les élèves ne comptent pas les sommets masqués ou qu'ils confondent « sommet » et « arête ».

Pistes d'exploitation des résultats de l'évaluation

- **Différenciation pédagogique (complexification et/ou simplification de l'item)**

Modifications possibles de l'item pour en faire un item correspondant au niveau de maîtrise inférieur

- Travailler sur un cube, solide encore plus familier des élèves que le pavé droit.
- Rajouter les noms des sommets sur la figure.

Modifications possibles de l'item pour en faire un item correspondant au niveau supérieur

- Proposer davantage de réponses fausses
Il aurait été intéressant par exemple de proposer aussi la réponse « 7 » (pour identifier les élèves ne comptant pas les sommets masqués) et la réponse « 12 » (pour identifier les élèves confondant « sommet » et « arête »).
- Demander le nombre de faces car cela suppose une bonne compréhension de la perspective axonométrique (ou cavalière).
- Accoler le solide sur lequel porte la question à d'autres solides pour amener l'élève à isoler le solide en jeu de la figure complexe dont il fait partie.
- Faire porter la question sur un solide moins familier (prisme droit, pyramide).

- **Remédiations possibles**

- Faire manipuler des solides transparents puis des solides opaques et compter leurs sommets alors qu'ils sont dans différentes positions.
- Montrer à l'aide d'un logiciel 3D (par exemple Geogebra 3D) des solides en mouvement. On peut aussi envisager l'usage de logiciel de réalité augmentée pour visualiser et manipuler.
- Proposer à l'oral des exercices portant sur la maîtrise du vocabulaire spécifique.

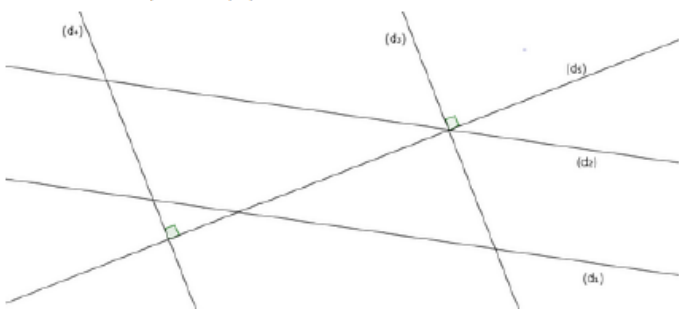
Exemple de ressources

- Repères annuels de progression pour le cycle 3.
<https://eduscol.education.fr/pid38211/reperes-et-attendus.html>
- Ressource d'accompagnement « espace et géométrie au cycle 3 »
https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Geometrie/38/5/RA16_C3_MATH_Espace-geometrie_897385.pdf
- Patron d'un pavé droit :
<https://www.geogebra.org/m/jQQRjkPF#material/aqjpKXa8>
- Exercices interactifs de :
<https://labomep.sesamath.net/>

Espace et géométrie - Item 4

Espace et géométrie

Parmi ces droites, lesquelles sont perpendiculaires ?



Cocher les bonnes réponses.

	Oui	Non
(d4) et (d5)	☐	☐
(d2) et (d4)	☐	☐
(d1) et (d2)	☐	☐
(d3) et (d5)	☐	☐

Réponse attendue	« Oui – Non – Non – Oui »
Descriptif de la tâche	Reconnaître des droites perpendiculaires en repérant et interprétant des codages.
Positionnement	Cet item fait partie de l'ensemble d'items qui caractérisent le niveau "Maîtrise satisfaisante" et témoigne de ce que les élèves de ce niveau savent faire.
Compétence(s) mathématique(s)	Représenter
Contexte de la situation	Intra mathématiques

Éléments de compréhension de la réussite ou de l'échec de l'élève à l'item

- Raisons pouvant expliquer la réussite de l'item par les élèves ayant une maîtrise fragile ou plus
 - Aptitude à isoler mentalement une configuration simple (deux droites perpendiculaires) dans une figure complexe.
 - Sens donné à la symbolique de l'angle droit.
 - Pas de confusion entre parallèle et perpendiculaire.

- Difficultés susceptibles de mettre en échec un élève de niveau de maîtrise inférieur

- Confusion due au nombre de droites tracées.
- Notation indiciaire pour nommer les droites.
- Petite taille de caractères utilisée pour écrire le nom des droites.
- Impossibilité de passer en couleur deux des droites pour les extraire de la figure complexe.
- Présentation de droites qui ne sont ni « horizontales » ni « verticales ».
- La présence de trois droites concourantes ce qui rend plus difficile la prise en compte d'un des codages d'angle droit.

- Analyse des distracteurs

- (d_2) et (d_4) sont sécantes mais non perpendiculaires. Une mauvaise deuxième réponse correspond peut-être à une confusion entre ces notions.
- (d_1) et (d_2) semblent parallèles. Une mauvaise 3^e réponse permet d'identifier une confusion entre « parallèles » et « perpendiculaires ».

Pistes d'exploitation des résultats de l'évaluation

- Différenciation pédagogique (complexification et/ou simplification de l'item)

Modifications possibles de l'item pour en faire un item correspondant au niveau de maîtrise inférieur

- Ne pas employer de notation indiciaire, utiliser une police de taille plus grande pour les noms des droites.
- Poser des questions portant sur des couples de droites disjoints et les visualiser sur la figure fournie en employant des couleurs différentes.
- Ne pas tracer de triplet (ou plus) de droites concourantes.
- Tracer moins de droites. Par exemple ne pas tracer (d_3) et enlever la quatrième question.

Modifications possibles de l'item pour en faire un item correspondant au niveau supérieur

- Rajouter des droites.
- Faire porter une question sur deux droites semblant perpendiculaires mais ne l'étant peut-être pas (supprimer un des deux codages d'angle droit). Proposer alors trois possibilités de réponses : oui – non – ne sais pas.

- Remédiations possibles

- Faire tracer ou identifier (emploi des instruments de géométrie si besoin) des couples de droites parallèles ou perpendiculaires qui ne soient ni « horizontales » ni "verticales".
- Faire tracer ou identifier, de même, des couples de droites sécantes mais non perpendiculaires.
- Fournir sur papier plusieurs exemplaires de la figure en jeu dans l'item et faire passer en couleur, successivement, les deux droites concernées.
- Commencer par une configuration plus simple : 3 droites.

Exemple de ressources

- Repères annuels de progression pour le cycle 3.
<https://eduscol.education.fr/pid38211/reperes-et-attendus.html>

- Ressource d'accompagnement « espace et géométrie au cycle 3 »
https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Geometrie/38/5/RA16_C3_MATH_Espace-geometrie_897385.pdf
- Une vidéo :
<https://www.reseau-canope.fr/lesfondamentaux/video/reconnaitre-des-droites-perpendiculaires.html>

- Bonne connaissance des consignes de déplacement et de leurs implicites. (ex : « tourner à gauche sur place » = tourner d'un quart de tour)
- Parcours assez simple et court. Il n'y a pas d'alternative, de choix à faire.
- Utilisation une fois et une seule chacune des consignes de déplacement proposées (pas de distracteurs). Une fois utilisée, l'instruction n'est plus disponible.

• Difficultés susceptibles de mettre en échec un élève de niveau de maîtrise inférieur

- Nécessité de passer par des cases vides, non précisée dans la consigne.
- Difficulté éventuelle pour identifier l'arrivée.
- Blocage de certains élèves pour placer le personnage sur le motif de la maison (case occupée).
- Difficulté à identifier le sens de « avancer » et « reculer ». Compte tenu de la position initiale de Médor, « avancer » amène à reculer par rapport au sens habituel de l'écriture et de la lecture. De même « tourner à droite sur place » amène à s'orienter vers le haut et non vers la droite du quadrillage.
- Confusion possible entre « tourner à gauche (resp. à droite) sur place » et « se déplacer vers la gauche (resp. la droite) » du quadrillage.
- Incompréhension possible de « tourner à gauche sur place ». Dans le programme ajusté et clarifié, on évoque les instructions « tourner à gauche », « effectuer un quart de tour à gauche » ; dans le document « repères annuels », on évoque l'instruction « tourner d'un quart de tour à gauche ».

Pistes d'exploitation des résultats de l'évaluation

• Différenciation pédagogique (complexification et/ou simplification de l'item)

Modifications possibles de l'item pour en faire un item correspondant au niveau de maîtrise inférieur

- Proposer un trajet à partir de Médor placé plutôt à gauche du quadrillage et la maison plutôt à droite du quadrillage. Orienter Médor vers la droite.
- Diminuer le nombre de consignes en proposant un chemin plus simple à suivre avec notamment une seule consigne du type « Tourner à droite (ou à gauche) sur place ».

Modifications possibles de l'item pour en faire un item correspondant au niveau supérieur

- Proposer un parcours plus long, dans un quadrillage plus grand.
- Amener à faire des choix de parcours.
- Fournir des consignes de déplacement plus nombreuses dont certaines sont inutiles et d'autres servent plusieurs fois.
- Imaginer des distracteurs. Cela impliquerait de changer la consigne, il ne s'agirait plus seulement de « mettre en ordre » les consignes données.

• Remédiations possibles

- Manipulation d'un jeu de plateau.
- Travail de programmation du déplacement d'un robot.
- Travail avec les sites du type <https://code.org> et <https://blockly-games.appspot.com/>.
- Travail avec scratch ou scratch junior pour permettre à l'élève de vérifier ses choix au fur et à mesure ainsi que sa compréhension des instructions du type « tourner à gauche sur place ».

Exemple de ressources

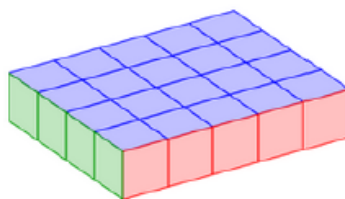
- Ressource d'accompagnement « initiation à la programmation aux cycles 2 et 3 »
http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Initiation_a_la_programmation/92/6/RA16_C2_C3_MATH_initiation_programmation_doc_maitre_624926.pdf
- Guide pédagogique « 1, 2, 3... Codez ! », enseigner l'informatique à l'école et au collège (cycles 1, 2 et 3), fondation la main à la Pâte, éditions Le Pommier.
<https://www.fondation-lamap.org/fr/page/34536/1-2-3-codez-espace-enseignants>
<http://www.fondation-lamap.org/fr/page/34537/1-2-3-codez-espace-eleves>

Grandeurs et mesures - Item 1

Grandeurs et mesures

Le pavé droit ci-dessous est composé de petits cubes de 1 cm³.

Quel est le volume de ce pavé droit ?



Cocher la bonne réponse.

☐ 9 cm³
 ☐ 20 cm³
 ☐ 24 cm³
 ☐ 4 cm³

Réponse attendue	« 20 cm ³ »
Descriptif de la tâche	Trouver le volume d'un pavé par dénombrement de cubes unités.
Positionnement	Cet item fait partie de l'ensemble d'items qui caractérisent le niveau "Maîtrise satisfaisante" et témoigne de ce que les élèves de ce niveau savent faire.
Compétence(s) mathématique(s)	Chercher - Calculer
Contexte de la situation	Intra mathématiques

Éléments de compréhension de la réussite ou de l'échec de l'élève à l'item

- Raisons pouvant expliquer la réussite de l'item par les élèves ayant une maîtrise satisfaisante ou plus
 - Possibilité de dénombrer simplement et rapidement les cubes unités.
 - Connaissance de l'unité de volume (cm³).
- Difficultés susceptibles de mettre en échec un élève de niveau de maîtrise inférieur
 - Confusion entre volume et aire voire entre volume et périmètre.
 - Perception de la figure comme une figure plane.
 - Méconnaissance de la grandeur volume ou de l'unité de volume cm³.

- **Analyse des distracteurs**

- Réponse 9 : l'élève ajoute le nombre de « carrés roses » et le nombre de « carrés verts » (Calcul de pseudo demi périmètre).
- Réponse 24 : l'élève effectue la multiplication 6 fois 4 au lieu de 5 fois 4.
- Réponse 4 : l'élève compte le nombre de côtés de la « figure plane ».

Pistes d'exploitation des résultats de l'évaluation

- **Différenciation pédagogique (complexification et/ou simplification de l'item)**

Modifications possibles de l'item pour en faire un item correspondant au niveau de maîtrise inférieur

- Donner une représentation d'un récipient gradué en mL ou cL contenant un liquide.
- Demander par lecture le nombre de mL de liquide contenu dans le récipient.

Modifications possibles de l'item pour en faire un item correspondant au niveau supérieur

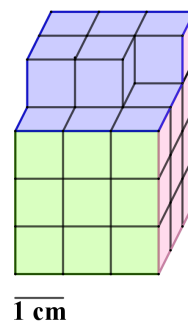
Proposer un empilement de plusieurs « étages » composés de cubes. Par exemple :

Le solide représenté à droite est constitué de petits cubes de 1cm de côté.

Le volume de ce solide est égal à :

☐ 20	☐ 14	☐ 32	☐ 30
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

cm³



- **Remédiations possibles**

- Faire manipuler et représenter des objets de l'espace pour développer la vision de l'espace.
- Utiliser des logiciels de géométrie 3D (voire de la réalité augmentée) pour faire visualiser et manipuler des objets mathématiques.
- Faire manipuler des cubes unités dans un pavé droit pour comprendre la grandeur volume.
- Utiliser des animations pour illustrer la formule du volume d'un pavé droit puis automatiser la formule.

Exemple de ressources

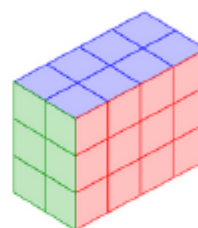
- Exerciceurs, par exemple <https://labomep.sesamath.net/>

Grandeurs et mesures - Item 2

Grandeurs et mesures

Le pavé droit, ci-dessous, est composé de petits cubes de 1 cm³.

Quel est le volume de ce pavé droit ?



Cocher la bonne réponse.

☐ 12 cm³
 ☐ 18 cm³
 ☒ 24 cm³
 ☐ 14 cm³

Réponse attendue	« 24 cm ³ »
Descriptif de la tâche	Trouver le volume d'un pavé par dénombrement de cubes unités.
Positionnement	Cet item fait partie de l'ensemble d'items qui caractérisent le niveau "Maîtrise fragile" et témoigne de ce que les élèves de ce niveau savent faire.
Compétence(s) mathématique(s)	Chercher – Représenter - Calculer
Contexte de la situation	Intra mathématiques

Eléments de compréhension de la réussite ou de l'échec de l'élève à l'item

- **Raisons pouvant expliquer la réussite de l'item par les élèves ayant une maîtrise fragile ou plus**
 - Capacité à comprendre la représentation du pavé droit (vision de l'espace).
 - Capacité à dénombrer les cubes unités grâce à un calcul.
 - Connaissance des propriétés de la multiplication : associativité.
 - Connaissance de l'unité de volume

- **Difficultés susceptibles de mettre en échec un élève de niveau de maîtrise inférieur**

- Confusion entre volume et aire, voire avec périmètre.
- Perception de la figure comme une figure plane.
- Non perceptions des cubes invisibles.
- Méconnaissance du cm^3 et de la grandeur volume.
- Unité cm^3 mal maîtrisée (ce n'est pas une unité simple comme le litre)

- **Analyse des distracteurs**

- 12 : nombre de « carrés roses ».
- 18 : somme des nombres de « carrés roses » et de « carrés verts » (Calcul d'une aire).
- 14 : somme des nombres de « carrés bleus » et de « carrés verts » (Calcul d'une aire).

Pistes d'exploitation des résultats de l'évaluation

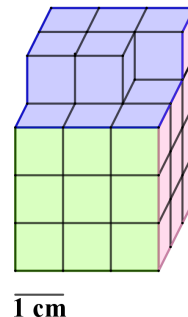
- **Différenciation pédagogique (complexification et/ou simplification de l'item)**

Modifications possibles de l'item pour en faire un item correspondant au niveau de maîtrise inférieur

- Donner une représentation d'un récipient gradué en mL ou cL contenant un liquide.
- Demander par lecture le nombre de mL de liquide contenu dans le récipient.

Modifications possibles de l'item pour en faire un item correspondant au niveau supérieur

Le solide représenté à droite est constitué de petits cubes de 1cm de côté.



Le volume de ce solide est égal à :

☐ 20	☐ 14	☐ 32	☐ 30
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

cm^3

- **Remédiations possibles**

- Manipuler et représenter des objets de l'espace pour développer la vision de l'espace.
- Utiliser des logiciels de géométrie 3D (voire de la réalité augmentée) pour faire visualiser et manipuler des objets mathématiques.
- Faire manipuler des cubes unités dans un pavé droit pour comprendre la grandeur volume.
- Utiliser des animations pour illustrer la formule du volume d'un pavé droit puis automatiser la formule.

Exemple de ressources

- Exerciceurs, par exemple <https://labomep.sesamath.net/>

Grandeurs et mesures - Item 3

Grandeurs et mesures

Compléter l'égalité.

6 kg = g

— laisser vide —

600

60 000

6 000

60

Réponse attendue	« 6 000 »
Descriptif de la tâche	Effectuer la conversion de kilogrammes en grammes.
Positionnement	Cet item fait partie de l'ensemble d'items qui caractérisent le niveau "Maîtrise satisfaisante" et témoigne de ce que les élèves de ce niveau savent faire.
Compétence(s) mathématique(s)	Modéliser - Calculer
Contexte de la situation	Intra mathématiques

Éléments de compréhension de la réussite ou de l'échec de l'élève à l'item

- **Raisons pouvant expliquer la réussite de l'item par les élèves ayant une maîtrise satisfaisante ou plus**
 - Bonne connaissance de la grandeur masse (utilisation dans la vie de tous les jours et en classe dans des problèmes simples de proportionnalité, recettes, etc.)
 - Utilisation des unités g et kg dans la vie courante et dans des situations familières à un jeune de 6^{ème}.
 - Connaissance de la relation $1 \text{ kg} = 1\,000 \text{ g}$.
 - Connaissance des préfixes usuels utilisés pour les multiples (kilo, hecto, déca) et les sous multiples (déci, centi, milli), de l'unité de mesure d'une grandeur usuelle et des relations correspondantes.
 - Maîtrise les grands nombres et de la multiplication par 10, 100 ; 1 000, ...
- **Difficultés susceptibles de mettre en échec un élève de niveau de maîtrise inférieur**
 - Oubli de la relation $1 \text{ kg} = 1\,000 \text{ g}$.
 - Maîtrise fragile de la multiplication par 10, 100 ; 1 000, ..., des grands nombres.

• Analyse des distracteurs

- Les réponses proposées (nombres « commençant » par 6) induisent le modèle proportionnel ou champ multiplicatif avec un raisonnement (6 fois une puissance de 10).
On teste donc la connaissance des préfixes (indiquant les multiples du gramme) et de leur notation.
- Réponse 600 : l'élève peut considérer que « multiplier par 1 000 » et « 3 chiffres » sont équivalents.

Pistes d'exploitation des résultats de l'évaluation

• Différenciation pédagogique (complexification et/ou simplification de l'item)

Modifications possibles de l'item pour en faire un item correspondant au niveau de maîtrise inférieur

- Remplacer 6 kg par 1 kg.

Modifications possibles de l'item pour en faire un item correspondant au niveau supérieur

- Partir d'un sous-multiple (kg à tonne, g à kg) ou utiliser les unités peu fréquentes (hg, dag).
- Proposer une réponse exprimée à l'aide d'un nombre décimal non entier.
- Convertir des kg en tonnes.

6500 kg = (Réponses : ☐ 65 000 ☐ 650 ☐ 65 ☐ 6,5 tonnes)

• Remédiations possibles

- Manipulation (peser, mesurer).
- Travailler autour des unités de mesures de longueurs et de masses.
- Travailler autour des préfixes.
- Pratiquer régulièrement le calcul mental : multiplication et division par 10, 100 ; 1 000.
- Proposer des entraînements à l'aide d'exerciseurs.

Exemple de ressources

- Grandeurs et mesures au cycle 2 :

http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Calcul_mental/82/3/EV16_C2_Maths_23_Estimations_Masses_747823.pdf

http://cache.media.education.gouv.fr/file/Mathematiques/25/8/RA16_C2_MATHS_grandeur_et_mesures_masses_635258.pdf

- CANOPE :

<https://www.reseau-canope.fr/lesfondamentaux/discipline/mathematiques/grandeurs-et-mesures/mesures-de-masse/comparaison-avec-des-decimaux-de-la-t-au-g.html>

- Exerciseurs (calcul@tice)

<https://calculatice.ac-lille.fr/spip.php?rubrique2>

- Le nombre au cycle 3, Partie 2 :

http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Mathematiques/44/9/NombreCycle3_web_VD_227449.pdf

Grandeurs et mesures - Item 4

Grandeurs et mesures

Choisir dans la liste l'unité qui convient.

Le diamètre de la Lune mesure 3 480 ..

choisir une option
 — laisser vide —
 mètres (m).
 millimètres (mm)
 tonnes (t).
 kilomètres (km).

Réponse attendue	« kilomètres (km) »
Descriptif de la tâche	Choisir une unité de longueur.
Positionnement	Cet item fait partie de l'ensemble d'items qui caractérisent le niveau "Maîtrise fragile" et témoigne de ce que les élèves de ce niveau savent faire.
Compétence(s) mathématique(s)	Modéliser
Contexte de la situation	Familier

Éléments de compréhension de la réussite ou de l'échec de l'élève à l'item

- Raisons pouvant expliquer la réussite de l'item par les élèves ayant une maîtrise fragile ou plus**

- Connaissance de l'ordre de grandeur de la taille de la lune.
- Maîtrise suffisante de la notion de diamètre.

- Difficultés susceptibles de mettre en échec un élève de niveau de maîtrise inférieur**

- Non maîtrise du terme « diamètre ».
- Méconnaissance de l'ordre de grandeur des dimensions de la lune.
- Mauvaise représentation de ce qu'est 3 480 m, qui peut sembler probable pour certains élèves.

- Analyse des distracteurs**

- Réponse tonne : la grandeur associée au diamètre n'est pas connue.
- Autres réponses : méconnaissance des ordres de grandeur.

Pistes d'exploitation des résultats de l'évaluation

- **Différenciation pédagogique (complexification et/ou simplification de l'item)**

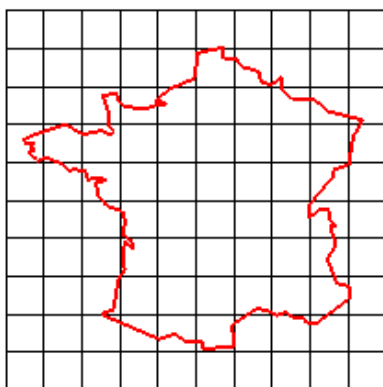
Modifications possibles de l'item pour en faire un item correspondant au niveau de maitrise inférieur

- Proposer une question portant sur le diamètre de la terre.
- Proposer une question portant sur la distance entre deux grandes villes de la France hexagonale, par exemple :

La distance Paris- Marseille est :

750 km	3 h 30 min	750 m	750 mm
--------	------------	-------	--------

Modifications possibles de l'item pour en faire un item correspondant au niveau supérieur



Voici une représentation de la France. Dans le quadrillage, le côté d'un petit carré représente :

125 m	125 min	125 km	125 mm
-------	---------	--------	--------

Source : <https://fr.wikipedia.org/wiki/Fichier:France1.gif>

- **Remédiations possibles**

- Faire travailler régulièrement, notamment des situations contextualisées, en vue de la maitrise des grands nombres.
- Faire travailler autour d'ordres de grandeur des dimensions d'éléments de l'environnement proche. On peut envisager un travail en interdisciplinarité en lien avec la géographie par exemple. (Etablissement, salle de classe, ville, village, département, pays, continent, terre, soleil , distance terre- lune, petits objets également)

Exemple de ressources

<https://linfinimentpetitetlinfinimentgrand.wordpress.com/rapports-de-taille-et-ordre-de-grandeur-dans-lunivers/>

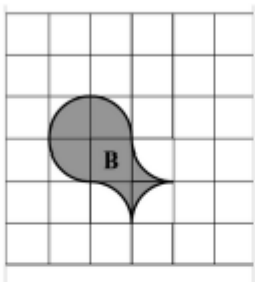
http://cedric.despax.free.fr/physique.chimie/activites/2/UNIVERS/AD2_UNIVERS.pdf

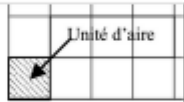
<https://sites.google.com/site/gremionmichel/taille-de-l-univers>

Grandeurs et mesures - Item 5

Grandeurs et mesures

Quelle est l'aire de la figure B en unités d'aire ?





Cocher la bonne réponse.

☐ 4 unités d'aire
 ☐ 6 unités d'aire
 ☒ 7 unités d'aire
 ☐ 5 unités d'aire

Réponse attendue	« 4 unités d'aires »
Descriptif de la tâche	Exprimer la mesure d'une aire en unité d'aire à partir d'un pavage simple.
Positionnement	Cet item fait partie de l'ensemble d'items qui caractérisent le niveau "Maîtrise satisfaisante" et témoigne de ce que les élèves de ce niveau savent faire.
Compétence(s) mathématique(s)	Représenter - Calculer
Contexte de la situation	Intra mathématiques

Eléments de compréhension de la réussite ou de l'échec de l'élève à l'item

- **Raisons pouvant expliquer la réussite de l'item par les élèves ayant une maîtrise satisfaisante ou plus**
 - Précision de l'unité dans une légende externe au support de la question.
 - Maîtrise satisfaisante de la grandeur aire.
 - Maîtrise satisfaisante de la définition : la mesure de l'aire d'une surface est égale au nombre d'unités d'aire ou de fractions d'unités d'aire que cette surface contient.
 - Maîtrise du savoir-faire : déterminer une mesure d'aire par découpage – recollement.

- **Difficultés susceptibles de mettre en échec un élève de niveau de maîtrise inférieur**

- Maîtrise fragile de la grandeur aire.
- Découpage proposé de la surface contenant des portions de disque.
- Difficulté à percevoir les « découpages-recollements » possibles.
- Difficulté liée au travail sur écran pour un travail de découpage-recollement (le travail sur papier aurait pu être plus pratique).

- **Analyse des distracteurs**

- 7 : réponse possible d'un élève qui compte le nombre de carreaux grisés complètement ou partiellement.
- 5 ou 6 : réponse possible d'un élève qui ne voit pas le recollement exact et qui estime que la valeur de l'aire est « un peu plus grande que 4 ».
- 6 : réponse possible d'un élève dénombrant le nombre d'arcs de cercles identiques constituant le contour (possible confusion avec la notion de périmètre).

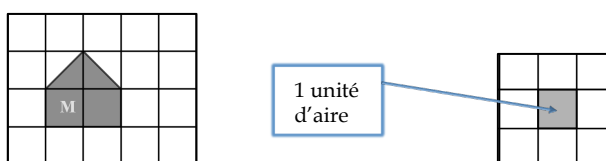
Pistes d'exploitation des résultats de l'évaluation

- **Différenciation pédagogique (complexification et/ou simplification de l'item)**

Modifications possibles de l'item pour en faire un item correspondant au niveau de maîtrise inférieur

- Proposer une figure « plus simple » ou un découpage plus classique comme ci-dessous :
L'aire de la figure M est :

2 unités d'aire	2,5 unités d'aire	3 unités d'aire	4 unités d'aire
-----------------	-------------------	-----------------	-----------------

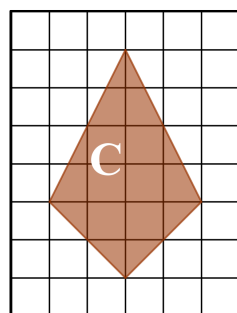


Modifications possibles de l'item pour en faire un item correspondant au niveau supérieur

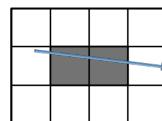
- Jouer sur un découpage plus complexe ou sur l'unité d'aire. Par exemple :

L'aire de la figure C est :

6 unités d'aire	5,5 unités d'aire	11 unités d'aire	12 unités d'aire
-----------------	-------------------	------------------	------------------



1 unité
d'aire



• Remédiations possibles

- Travailler autour de la grandeur aire et de sa mesure (coloriage, manipulation, découpage-recollement)

Exemple de ressources

- Ressources d'accompagnement :

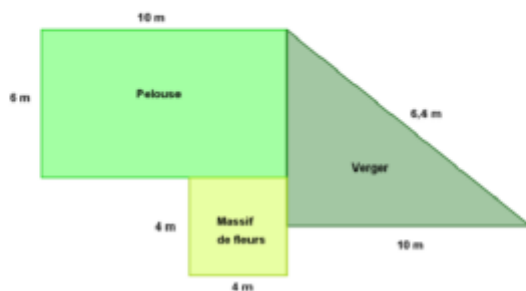
http://cache.media.education.gouv.fr/file/Grandeurs_et_mesures/53/6/RA16_C3_MATH_grand_mesur_perimetre_aires_635536.pdf

http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Mathematiques/16/8/RA16_C3_MATH_grand_mesur_N.D_609168.pdf

Grandeurs et mesures - Item 6

Grandeurs et mesures

Voici le jardin de Jean-Luc. Il veut clôturer chaque parcelle. Cocher la bonne réponse.



Quel est le périmètre de la parcelle de pelouse qui est représentée par un rectangle ?

- ☐ 16 m
 ☐ 32 m
 ☐ 60 m
 ☐ 20 m

Réponse attendue	« 32 m »
Descriptif de la tâche	Calculer le périmètre d'un rectangle.
Positionnement	Cet item fait partie de l'ensemble d'items qui caractérisent le niveau "Maîtrise satisfaisante" et témoigne de ce que les élèves de ce niveau savent faire.
Compétence(s) mathématique(s)	Modéliser – Raisonner – Calculer
Contexte de la situation	Familier

Eléments de compréhension de la réussite ou de l'échec de l'élève à l'item

- Raisons pouvant expliquer la réussite de l'item par les élèves ayant une maîtrise satisfaisante ou plus**
 - Représentation claire ; nombres choisis simples.
 - Unité de mesure précisée dans les données et dans les propositions de réponses.
 - Unité de mesure familière (m).
 - Maîtrise satisfaisante des figures géométriques et du vocabulaire (rectangle, carré, triangle, triangle rectangle).
 - Maîtrise des propriétés du rectangle.
 - Maîtrise de la notion de périmètre.

- **Difficultés susceptibles de mettre en échec un élève de niveau de maîtrise inférieur**

- Difficulté à extraire les données utiles à cause de la complexité de la figure globale (le rectangle dont on doit déterminer le périmètre est « accolé à d'autres figures »).
- Confusion entre triangle rectangle et rectangle.
- Maîtrise fragile de la notion de périmètre.
- Maîtrise fragile des propriétés du rectangle (côtés opposés de même longueur).

- **Analyse des distracteurs**

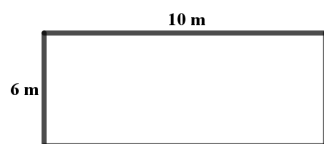
- 60 : (m²) est une mesure de l'aire du rectangle.
- 16 : (m) est une mesure du demi-périmètre.
- 20 : est la somme de certains nombres donnés dans la figure $20 = 10 + 6 + 4$.

Pistes d'exploitation des résultats de l'évaluation

- **Différenciation pédagogique (complexification et/ou simplification de l'item)**

Modifications possibles de l'item pour en faire un item correspondant au niveau de maîtrise inférieur

- Donner une figure comportant seulement le rectangle :



Voici le dessin de la clôture de la piscine de M Dupont.
Quel est le périmètre de la clôture qui est un rectangle ?

120 m	32 m	60 m	16 m
-------	------	------	------

Modifications possibles de l'item pour en faire un item correspondant au niveau supérieur

- Présenter une situation avec des données et/ou réponses dans des unités différentes. Par exemple :

En gardant la situation de l'item mais en remplaçant 10 m et 6m par 15 m et 600 cm.

Réponses proposées :

1230 m	180 m	42 m	21 m
--------	-------	------	------

- **Remédiations possibles**

- Travailler autour de la reconnaissance des figures planes et de leurs propriétés (jeux du portrait, exercices en ligne).
- Travailler autour de la notion de périmètre d'un polygone quelconque (notamment par la manipulation).
- Automatiser la formule du périmètre du rectangle ou du carré (activités mentales)

Grandeurs et mesures - Item 7

Grandeurs et mesures

Ma voiture consomme 6 litres d'essence pour 100 kilomètres parcourus. Quelle distance puis-je parcourir avec 12 litres ?

Cocher la bonne réponse.

☐ 200 kilomètres ☐ 106 kilomètres ☐ 600 kilomètres ☐ 206 kilomètres

Réponse attendue	« 200 kilomètres »
Descriptif de la tâche	Identifier une situation de proportionnalité entre deux grandeurs à partir du sens de la situation et résoudre le problème de proportionnalité impliquant ces grandeurs.
Positionnement	Cet item fait partie de l'ensemble d'items qui caractérisent le niveau "Maîtrise satisfaisante" et témoigne de ce que les élèves de ce niveau savent faire.
Compétence(s) mathématique(s)	Modéliser - Calculer
Contexte de la situation	Familier

Eléments de compréhension de la réussite ou de l'échec de l'élève à l'item

• Raisons pouvant expliquer la réussite de l'item par les élèves ayant une maîtrise satisfaisante ou plus

- Situation de proportionnalité avec un coefficient simple (2 ou 1/2).
- Maîtrise satisfaisante des procédures à utiliser (linéarité additive ou multiplicative).
- Capacité à reconnaître et à calculer le double d'un nombre.

• Difficultés susceptibles de mettre en échec un élève de niveau de maîtrise inférieur

- Non reconnaissance ou non maîtrise du modèle (proportionnalité).
- Difficulté à comprendre la situation à cause d'un contexte peu familier pour un jeune de 6^{ème} (consommation de carburant d'un véhicule à moteur).

- **Analyse des distracteurs**

- Réponse 106 : 6 L de plus équivaldrait à 6 km de plus.
- Réponse 600 : identification incorrecte du coefficient de proportionnalité.

Pistes d'exploitation des résultats de l'évaluation

- **Différenciation pédagogique (complexification et/ou simplification de l'item)**

Modifications possibles de l'item pour en faire un item correspondant au niveau de maitrise inférieur

- Utiliser une situation plus proche des centres d'intérêt d'un élève entrant en 6^{ème}.
- Par exemple :

J'ai acheté 10 bonbons pour 3 €. Pour acheter 20 bonbons, je dois payer :

13 €	30 €	6 €	1€50
------	------	-----	------

Modifications possibles de l'item pour en faire un item correspondant au niveau supérieur

- Même situation en remplaçant 6 L par 9 L.

- **Remédiations possibles**

- Pratique régulière du calcul mental.
- Résolution des problèmes de proportionnalité simples.
- Verbalisation des procédures de linéarité.
- Automatisation de ces procédures.

Exemple de ressources

- Le nombre au cycle 3, Partie 5, Proportionnalité au cycle 3, p. 64-74.

http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Mathematiques/44/9/NombreCycle3_web_VD_227449.pdf

- Résoudre des problèmes de proportionnalité au cycle 3 :

http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Proportionnalite/95/5/RA16_C3_MATH_doc_maitre_pr_oport_N.D_576955.pdf

Grandeurs et mesures - Item 8

Grandeurs et mesures

En voiture, Amel parcourt 15 km en 10 min. Combien de kilomètres parcourt-elle en 30 min ?

Cocher la bonne réponse.

☐ 45 km ☐ 30 km ☐ 25 km ☐ 35 km

Réponse attendue	« 45 km »
Descriptif de la tâche	Identifier une situation de proportionnalité entre deux grandeurs à partir du sens de la situation et résoudre le problème de proportionnalité impliquant ces grandeurs.
Positionnement	Cet item fait partie de l'ensemble d'items qui caractérisent le niveau "Maîtrise fragile" et témoigne de ce que les élèves de ce niveau savent faire.
Compétence(s) mathématique(s)	Modéliser - Calculer
Contexte de la situation	Familier

Éléments de compréhension de la réussite ou de l'échec de l'élève à l'item

- **Raisons pouvant expliquer la réussite de l'item par les élèves ayant une maîtrise fragile ou plus**
 - Simplicité des nombres choisis.
 - Familiarité de la situation (déplacement) et des grandeurs en jeu (longueur, durée).
 - Maîtrise satisfaisante des procédures à utiliser (linéarité additive ou multiplicative).
 - Capacité à reconnaître et à calculer le triple d'un nombre simple.
- **Difficultés susceptibles de mettre en échec un élève de niveau de maîtrise inférieur**
 - Non reconnaissance ou non maîtrise du modèle (proportionnalité)
 - Difficulté à calculer le triple de 15 ($15+15+15$ ou 15×3)
- **Analyse des distracteurs**
 - Réponse 30 : calcul du double de 15 au lieu du triple.
 - Réponse 25 : calcul $25 = 10 + 15$.
 - Réponse 35 : calcul erroné possible du triple de 15.

Pistes d'exploitation des résultats de l'évaluation

- **Différenciation pédagogique (complexification et/ou simplification de l'item)**

Modifications possibles de l'item pour en faire un item correspondant au niveau de maitrise inférieur

- Remplacer 10 min par 1h et demander la distance parcourue en 3 h.

Le père d'Amel parcourt 80 km en 1 h. Combien de kilomètres parcourt-il en 3 h ?

☐ 83 km	☐ 240 km	☐ 160 km	☐ 200 km
-----------------------------	------------------------------	------------------------------	------------------------------

Modifications possibles de l'item pour en faire un item correspondant au niveau supérieur

- Remplacer 30 min par 25 min.

- **Remédiations possibles**

- Pratique régulière du calcul mental.
- Résolution des problèmes de proportionnalité simples.
- Verbalisation des procédures de linéarité.
- Automatisation de ces procédures.

Exemple de ressources

- Le nombre au cycle 3, Partie 5, Proportionnalité au cycle 3, p. 64-74.

http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Mathematiques/44/9/NombreCycle3_web_VD_227449.pdf

- Résoudre des problèmes de proportionnalité au cycle 3 :

http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Proportionnalite/95/5/RA16_C3_MATH_doc_maitre_propriet_N.D_576955.pdf

Grandeurs et mesures - Item 9

Grandeurs et mesures

Un camion pèse à vide, sans marchandise 1,2 tonne.

Il transporte 50 caisses de 35 kg.

Quelle est la masse totale du camion chargé ?

Cocher la bonne réponse.

☐ 1 751,2 kg ☐ 2,95 tonnes ☐ 1 751,2 tonnes ☐ 2,95 kg

Réponse attendue	« 2,95 tonnes »
Descriptif de la tâche	Résoudre un problème en mobilisant simultanément différentes unités de masse et des conversions.
Positionnement	Cet item fait partie de l'ensemble d'items qui caractérisent le niveau "Maîtrise satisfaisante" et témoigne de ce que les élèves de ce niveau savent faire.
Compétence(s) mathématique(s)	Chercher – Modéliser – Raisonner – Calculer
Contexte de la situation	Familier

Eléments de compréhension de la réussite ou de l'échec de l'élève à l'item

- **Raisons pouvant expliquer la réussite de l'item par les élèves ayant une maîtrise satisfaisante ou plus**
 - Possibilité d'effectuer des calculs intermédiaires au brouillon.
 - Elimination facile de deux des propositions si l'élève ne fait pas de confusions entre les unités de masse (2,95 kg et 1 751,2 kg).
 - Maîtrise suffisante de la grandeur masse.
 - Connaissance suffisante des relations entre les unités (1 t = 1 000 kg).
 - Maîtrise satisfaisante du système décimal et de l'addition de nombres décimaux.
 - Maîtrise satisfaisante de la résolution de problèmes à plusieurs étapes.

- **Difficultés susceptibles de mettre en échec un élève de niveau de maîtrise inférieur**

- Unités différentes pour les données.
- Masse du camion (1,2 t) qui est un nombre décimal.
- Méconnaissance de la relation $1\text{ t} = 1\,000\text{ kg}$.
- Maîtrise fragile de l'addition de nombres décimaux.

- **Analyse des distracteurs**

- Calculs effectués en ne faisant pas la distinction entre les unités.

Pistes d'exploitation des résultats de l'évaluation

- **Différenciation pédagogique (complexification et/ou simplification de l'item)**

Modifications possibles de l'item pour en faire un item correspondant au niveau de maîtrise inférieur

- Remplacer 50 caisses par 100 caisses ce qui facilite le calcul de la somme des masses (en tonnes).
- Demander la masse totale du chargement.

- **Remédiations possibles**

- Pratiquer régulièrement le calcul mental : multiplier par 5, par 50, par 500.
- Calculer avec des nombres décimaux.
- Résoudre des problèmes à plusieurs étapes. Manipuler, schématiser.
- Faire verbaliser les procédures de résolution de problèmes à plusieurs étapes.
- Automatiser des procédures de résolution de tels problèmes.

Exemple de ressources

- Fractions et nombres décimaux au cycle 3 :
http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Fractions_et_decimaux/60/1/RA16_C3_MATH_frac_dec_doc_maitre_V2_681601.pdf
- La finance pour tous, problèmes impliquant des grandeurs et leurs mesures :
<https://www.lafinancepourtous.com/enseignants/mathematiques/cycle3-6eme/grandeurs-et-mesures/>

Nombres et calcul - Item 1

Nombres et calculs

Choisir dans le menu déroulant la réponse correcte : < ou > ou = .

3,41 3,7

— laisser vide —

<

>

=

Réponse attendue	« < »
Descriptif de la tâche	Comparer deux nombres décimaux.
Positionnement	Cet item fait partie de l'ensemble des items qui caractérise le niveau "Maîtrise fragile" et témoigne de ce que les élèves de ce niveau savent faire.
Compétence(s) mathématique(s)	Représenter
Contexte de la situation	Intra mathématiques

Éléments de compréhension de la réussite ou de l'échec de l'élève à l'item

- **Raisons pouvant expliquer la réussite de l'item par les élèves ayant une maîtrise fragile ou plus**
 - Application de techniques de comparaison position par position, en ajoutant des zéros pour égaliser le nombre de chiffres dans chacun des nombres.
 - Bonne familiarité des élèves avec les nombres décimaux exprimés en dixièmes ou en centièmes, abordés dès le CM1 et utilisés dans la vie quotidienne.
- **Difficultés susceptibles de mettre en échec un élève de niveau de maîtrise inférieur**
 - Notion de nombre décimal mal installée ou pas suffisamment consolidée, représentations erronées concernant les nombres décimaux.
 - Lecture de l'écriture décimale, comme juxtaposition de deux nombres entiers, ce qui amène à comparer 41 et 7 et à penser que 3,41 est plus grand que 3,7.

- Reproduction de règles utilisées pour la comparaison des entiers (considérer comme le plus grand le nombre composé du plus grand nombre de chiffres).
- Perception des centièmes comme étant toujours plus petits que des dixièmes. C'est ce qui, à titre d'exemple, les amène à penser que 7,61 est plus petit que 7,2. Cela peut être lié à une interprétation erronée de "un centième est dix fois plus petit qu'un dixième". Cette règle-élève n'est pas mise en défaut dans l'item proposé.

• Analyse des distracteurs

- Mauvaise appropriation des symboles mathématiques qui peut conduire à une confusion entre < et >. L'élève peut savoir comparer deux nombres décimaux mais confondre les symboles < et >.

Pistes d'exploitation des résultats de l'évaluation

• Différenciation pédagogique (complexification et/ou simplification de l'item)

Modifications possibles de l'item pour en faire un item correspondant au niveau de maîtrise inférieur

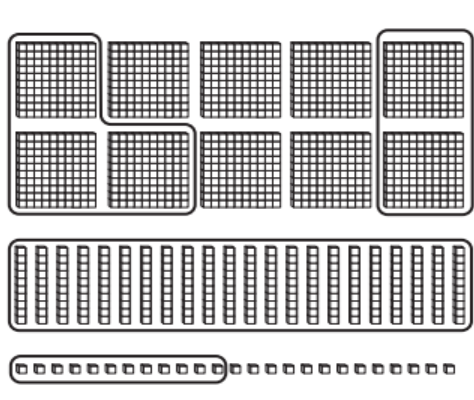
- Comparer deux nombres ayant le même nombre de chiffres : 3,4 et 3,7 ou 3,41 et 3,16.

Modifications possibles de l'item pour en faire un item correspondant au niveau supérieur

- Comparer des nombres décimaux comportant des millièmes. La connaissance et la compréhension des "millièmes" est plus difficile. Ils sont étudiés plus tardivement (CM2) et moins fréquemment utilisés dans la vie quotidienne. Par exemple : "comparer 3,47 et 3,417".
- Comparer des nombres proches de 0 ou d'un entier non nul (des obstacles épistémologiques complexifient la tâche). Par exemple, "comparer 0,02 et 0,1" (le nombre le plus long n'est pas le plus grand et $2 > 1$ alors que $0,02 < 0,1$, sans tenir compte de la position des chiffres) ou "comparer 41,987 et 42".

• Remédiations possibles

- Faire cohabiter, en classe, les différentes formulations et écritures. Elles donnent sens à la comparaison position par position ou à l'ajout de zéro(s) pour égaliser le nombre de chiffres. Pour certains élèves, il est intéressant de revenir sur le fait qu'un dixième vaut 10 centièmes (avec les manipulations nécessaires).
- s'appuyer sur le placement sur une droite graduée (de 3 à 4 par exemple, avec un pas de 0,01). Le partage de l'unité en 10 ou en 100 permet de donner du sens aux mots dixième et centième. Cependant, comme le précise le document ressources "Fractions et nombres décimaux au cycle 3 – Eduscol 2016", ce travail n'est pas à concevoir avec des exercices procéduraux dans lesquels l'élève peut réussir par mimétisme, mais avec des situations permettant de travailler la flexibilité entre les différentes écritures. Des activités mentales à pratiquer régulièrement sont proposées dans le document ressources page 11.
- inverser le sens de la question pour casser certaines représentations : "trouve un nombre à trois chiffres, plus petit que 3,7".
- proposer l'utilisation d'encadrements, en demandant aux élèves d'encadrer 3,41 au dixième pour ensuite en déduire que $3,41 < 3,5 < 3,7$.
- représenter, manipuler. On peut par exemple proposer ce type de représentation :



Quel nombre est représenté par les parties entourées ?

Il est possible de prendre comme unité le "petit cube", la barre, la plaque ou le "gros cube" et de verbaliser la manipulation en variant la manière de désigner un nombre.

- Contextualiser. Cela peut être un levier intéressant pour engager l'élève dans la recherche. Cependant, cela ne lève pas la difficulté. Ainsi, lors d'une évaluation académique (académie de Caen, 2017 et 2018 – 7174 élèves), les taux de réussite restaient proches sur deux exercices posés à des moments différents avec les mêmes valeurs :
 - "entoure le plus grand des trois nombres : 4,8 – 4,5 – 4,45 ",
 - "trois athlètes ont sauté 4,8 m 4,5 m et 4,45 m- Quel est le meilleur saut ?" ;
- Automatiser le passage entre les différentes représentations d'un nombre. Par exemple, « La fleur » (page 5 de l'annexe) peut être proposée de manière spiralaire tout au long de l'année.



Exemples de ressources

- Conférence de consensus Cnesco-Ifé "Nombres et calcul au primaire" (novembre 2015)
 - Laetitia DESMET, Université catholique de Louvain - Compréhension de la notion de nombre, des nombres rationnels (entre 7'23 et 11'26, conceptions erronées lors de comparaisons de décimaux et les obstacles épistémologiques).
<http://www.cnesco.fr/fr/numeration/paroles-dexperts/notion-de-nombre/>
 - Éric RODITI, Université Paris Descartes - Le calcul et l'intelligence du calcul
<http://www.cnesco.fr/fr/numeration/paroles-dexperts/calcul-et-operations/>
- Fractions et nombres décimaux au cycle 3 – Document Ressources Eduscol – 2016
http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Fractions_et_decimaux/60/1/RA16_C3_MATH_frac_dec_doc_maitre_V2_681601.pdf
- Dispositif Evaluation/formation Numératie au cycle 3 de l'académie de Caen
<https://pedagogie.discip.ac-caen.fr/numeratie-au-cycle-3>
 La partie 2 du livret du professeur propose une exploitation pédagogique, avec d'autres exercices.
https://www.ac-caen.fr/mediatheque/environnement_educatif/innovation/livret_professeur_exploitation_pedagogique.pdf?1551202394

Nombres et calcul - Item 2

Nombres et calculs

Choisir une autre façon d'écrire l'opération proposée, pour obtenir le même résultat.

$$24 \times 12 = \dots$$

Cocher la bonne réponse.

- ☐ $2 \times 12 \times 12$
- ☐ $24 \times 10 \times 2$
- ☐ $2 \times 6 \times 2$
- ☐ 36×2

Réponse attendue	« $2 \times 12 \times 12$ »
Descriptif de la tâche	Trouver une autre écriture d'une multiplication en utilisant les propriétés.
Positionnement	Cet item fait partie de l'ensemble des items qui caractérise le niveau "Maîtrise satisfaisante" et témoigne de ce que les élèves de ce niveau savent faire.
Compétence(s) mathématique(s)	Calculer
Contexte de la situation	Intra mathématiques

Éléments de compréhension de la réussite ou de l'échec de l'élève à l'item

- **Raisons pouvant expliquer la réussite de l'item par les élèves ayant une maîtrise satisfaisante ou plus**
- Pratique régulière d'activité de calcul mental, privilégié par rapport au calcul posé. La décomposition proposée permet par exemple de calculer mentalement 24×12 à partir de la connaissance de 12×12 .

- **Difficultés susceptibles de mettre en échec un élève de niveau de maîtrise inférieur**

- Confusion entre l'addition et la multiplication, qui se retrouve à toutes les étapes des apprentissages, de $2 \times 3 = 5$ à $x \times x = 2x$, en passant par les confusions entre aire et périmètre, entre règles de calculs pour les relatifs, entre modèles additif et multiplicatif pour résoudre les problèmes...
- Nécessité de travailler sur un calcul partiel, pour des élèves habitués à donner le résultat d'un calcul.

- **Analyse des distracteurs**

- Le choix de $24 \times 10 \times 2$ est lié à la confusion entre addition et multiplication : $10 \times 2 = 12$.
- Le choix de $2 \times 6 \times 2$ peut être une recomposition de 24 correcte ou une difficulté à comprendre le calcul d'un produit de trois facteurs.
- Le choix de 36×2 peut être fait en considérant que c'est celui qui lui ressemble le plus car $12 + 24 = 36$.

Pistes d'exploitation des résultats de l'évaluation

- **Différenciation pédagogique (complexification et/ou simplification de l'item)**

Modifications possibles de l'item pour en faire un item correspondant au niveau de maîtrise inférieur

- Proposer des exercices qui évaluent l'habileté des élèves à mobiliser les propriétés des nombres et les propriétés des opérations. On pourra en particulier proposer des situations de décomposition recomposition. Elles renvoient à des activités de manipulation (plaques, barres, petits cubes « unités »), de dessin, de verbalisation orale puis écrite.

Proposition d'autres exercices :

Ecris au moins deux façons de décomposer les nombres ci-dessous, en utilisant les opérations de ton choix :

20

124

9 000

Compléter les produits à trous suivants :

$$4 \times 3 = \dots \times 2; \quad 2 \times 10 = 4 \times \dots; \quad 6 \times 3 = 2 \times \dots;$$

Modifications possibles de l'item pour en faire un item correspondant au niveau supérieur

- Transformer cette situation en exercice de calcul mental éventuellement chronométré.

- **Remédiations possibles**

- Travailler sur les stratégies mises en œuvre lors de séance de calculs mentaux. On pourra inciter les élèves à proposer une trace écrite de leur démarche et privilégier les temps d'explicitation.

Exemples de ressources

<https://pedagogie.discip.ac-caen.fr/numeratie-au-cycle-3>

La partie 2 du livret du professeur propose une exploitation pédagogique, avec d'autres exercices.

https://www.ac-caen.fr/mediatheque/environnement_educatif/innovation/livret_professeur_exploitation_pedagogique.pdf?1551202394

Nombres et calcul - Item 3

Nombres et calculs

Dans le nombre 2 756,13 le 2 correspond au chiffre des :

Cocher la bonne réponse.

- ☐ centaines
- ☐ dizaines
- ☐ unités
- ☐ milliers

Réponse attendue	« milliers »
Descriptif de la tâche	Connaître les unités de la numération décimale et les relations qui les lient.
Positionnement	Cet item fait partie de l'ensemble des items qui caractérise le niveau "Maîtrise fragile" et témoigne de ce que les élèves de ce niveau savent faire.
Compétence(s) mathématique(s)	Représenter
Contexte de la situation	Intra mathématiques

Éléments de compréhension de la réussite ou de l'échec de l'élève à l'item

- **Raisons pouvant expliquer la réussite de l'item par les élèves ayant une maîtrise fragile ou plus**
 - Interrogation régulière de la compréhension de la numération décimale des nombres entiers, puis des nombres rationnels par ce type de tâche, mais aussi dans de multiples tâches : calculer, comparer, représenter...
- **Difficultés susceptibles de mettre en échec un élève de niveau de maîtrise inférieur**
 - Mauvaise appropriation des mots "dixièmes", "centièmes", "millièmes" qu'il faut distinguer des "dizaines", "centaines", "milliers" tout en observant des points communs étymologiques et des positionnements symétriques.
 - Moindre utilisation de "milliers" que de "centaines" et "dizaines" quand la connaissance des unités de la numération décimale est sollicitée : lecture d'un nombre, comparaison, calcul...

- Non acquisition pour certains élèves que dans l'écriture à virgule des nombres décimaux, la virgule permet de repérer le chiffre des unités.
- **Analyse des distracteurs**
- La réponse "Unités" peut être choisie en estimant que l'espace entre le 2 et 7 permet de repérer le chiffre des unités.

Pistes d'exploitation des résultats de l'évaluation

- **Différenciation pédagogique (complexification et/ou simplification de l'item)**

Modifications possibles de l'item pour en faire un item correspondant au niveau de maîtrise inférieur

- Eviter les éléments qui peuvent faire écran à la manifestation de la compréhension partielle, comme le fait que l'écriture utilise 6 chiffres : dans le nombre 56,13 le 5 correspond au chiffre des : centaines, dizaines, unités, milliers.

Modifications possibles de l'item pour en faire un item correspondant au niveau supérieur

- Solliciter la connaissance des "dixièmes", "centièmes" et "millièmes" avec "le 1 correspond au chiffre des " ou "le 3 correspond au chiffre des ".

- **Remédiations possibles**

- Faire cohabiter en classe, les différentes formulations et écritures. Elles permettent de réinvestir les unités de la numération décimale "2 milliers, 7 centaines, 5 dizaines, 6 unités, 1 dixième et 3 centièmes". Pour certains élèves, il est intéressant de repasser par les manipulations.
- Solliciter la connaissance des unités de la numération décimale par d'autres formes de questions:
 - Ecris le nombre qui est 1 000 de plus que 2 756,13.
 - Ecris le nombre qui est 200 de moins que 2 756,13.
 - Ecris le nombre qui est 30 de plus que 2 756,13.
- Proposer des situations qui sollicitent les règles de la numération décimale de position avec la valeur des chiffres en fonction de leur rang : "Dans le nombre 24, quel est le chiffre qui a le plus de valeur, 2 ou 4 ?". Et ceci, dès le cycle 2.

Nombres et calcul - Item 4

Nombres et calculs

Retrouver le nombre décomposé. Cocher la bonne réponse.

900 000 + 80 000 + 40 + 1

- ☐ 980 041
- ☐ 9 841
- ☐ 98 041
- ☐ 9 800 041

Réponse attendue	« 980 041 »
Descriptif de la tâche	Retrouver un grand nombre entier décomposé.
Positionnement	Cet item fait partie de l'ensemble des items qui caractérise le niveau "Maîtrise fragile" et témoigne de ce que les élèves de ce niveau savent faire.
Compétence(s) mathématique(s)	Représenter – Calculer
Contexte de la situation	Intra mathématiques

Éléments de compréhension de la réussite ou de l'échec de l'élève à l'item

- **Raisons pouvant expliquer la réussite de l'item par les élèves ayant une maîtrise fragile ou plus**
 - Interrogation régulière de la compréhension de la numération décimale des nombres entiers.
 - Principe de la numération décimale fréquenté depuis longtemps.
- **Difficultés susceptibles de mettre en échec un élève de niveau de maîtrise inférieur**
 - Difficulté à écrire un nombre entier supérieur à 10000.
 - Extension d'une technique de juxtaposition de nombres qui fonctionne pour certains cas particuliers (recomposer 1m 2c 3d 4u ou $1000 + 200 + 30 + 4$ en 1234). Ce qui les met en difficulté pour les items où il est nécessaire d'utiliser le 0.
- **Analyse des distracteurs**
 - 9 841 : l'élève étend une technique de juxtaposition de nombres qui fonctionne pour certains cas particuliers.

- 98 041 et 9 800 041 : la prise en compte du 0 en cas d'absence d'unité isolée à un certain ordre se met en place, avec des fragilités dès que l'on travaille avec des grands nombres.

Pistes d'exploitation des résultats de l'évaluation

- Différenciation pédagogique (complexification et/ou simplification de l'item)

Modifications possibles de l'item pour en faire un item correspondant au niveau de maîtrise inférieur

- Retrouver le nombre décomposé : $8\,000 + 40 + 1$.

Modifications possibles de l'item pour en faire un item correspondant au niveau supérieur

- Retrouver le nombre décomposé : $9\,000\,000 + 80\,000 + 40 + 1$.
- Ecrire le nombre qui est 1 000 de plus que 980 041.
- Ecrire le nombre qui est 30 000 de moins que 980 041.

- Remédiations possibles

- Proposer régulièrement des activités mettant en jeu le principe de numération décimale.

La construction des nouvelles unités de numération se fait par itération du principe du rapport de dix entre les différentes unités de numération (dix unités d'un certain ordre donnent une unité de l'ordre immédiatement supérieur). Cela met également en jeu des relations entre unités d'ordres non consécutifs et des conversions entre unités. Il est important de proposer régulièrement des activités mettant en jeu ce principe et variant la manière de désigner un nombre : écriture du nombre en chiffres (8504), nom du nombre (huit mille cinq cent quatre), écriture en unités de numération (8 milliers 5 centaines 4 unités ou 8 milliers 4 unités 50 dizaines...), écriture additive selon les puissances de dix ($8000 + 500 + 4$), écriture selon les puissances de dix ($8 \times 1000 + 5 \times 100 + 4$), mais aussi l'écriture en matériel de numération (8 paquets de 1000, 5 paquets de 100 et 4 éléments isolés).

Exemples de ressources

- La numération décimale à l'école primaire. Une ingénierie didactique pour le développement d'une ressource (Frédéric Tempier).

https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00921691/file/TEL_These_Tempier.pdf

- Site [Enseigner la numération décimale](#), fruit d'une coopération entre un chercheur, Frédéric Tempier et des enseignants de Charente.
- Ce que disent les évaluations nationales sur les acquis des élèves
Conférence de consensus sur la numération, CNESCO. Jean-François CHESNÉ, Cnesco, Jean-Paul FISCHER, Université de Lorraine.

<http://www.cnesco.fr/fr/numeration/paroles-dexperts/conferences-introductives/>

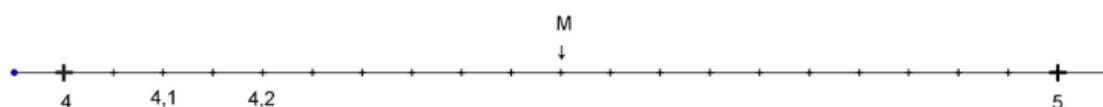
- Fractions et nombres décimaux au cycle 3 – Document Ressources Eduscol – 2016

http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Fractions_et_decimaux/60/1/RA16_C3_MATH_frac_de_c_doc_maitre_V2_681601.pdf

Nombres et calcul - Item 5

Nombres et calculs

Observer cette demi-droite graduée.



Quelle est l'abscisse du point M ? Cocher la bonne réponse.

- ☐ 4,9
☐ 4,8
☐ 4,5
☐ 4,6

Réponse attendue	« 4,5 »
Descriptif de la tâche	Repérer et placer un nombre décimal sur une demi-droite graduée adaptée.
Positionnement	Cet item fait partie de l'ensemble des items qui caractérise le niveau "Maîtrise satisfaisante" et témoigne de ce que les élèves de ce niveau savent faire.
Compétence(s) mathématique(s)	Chercher - Représenter
Contexte de la situation	Intra mathématiques

Eléments de compréhension de la réussite ou de l'échec de l'élève à l'item

- **Raisons pouvant expliquer la réussite de l'item par les élèves ayant une maîtrise satisfaisante ou plus**
- Bonne familiarité des élèves avec la notion. Repérer et placer un nombre sur une demi-droite graduée est une activité engagée dès le début du CM1 avec les fractions simples, en partageant l'unité en parts égales correspondant au dénominateur de la fraction. Elle est reprise pour représenter les fractions décimales en partageant l'unité en 10, puis en 100, puis après l'introduction de l'écriture à virgule.

- **Difficultés susceptibles de mettre en échec un élève de niveau de maîtrise inférieur**

- Partage ne correspondant pas au dénominateur de la fraction. Au cycle 3, l'introduction des nombres rationnels conduit à fractionner l'unité. Comme le montre l'étude du dossier 208 de la DEPP "Cedre 2014 mathématiques en fin d'école" page 41, les items sont mieux réussis lorsque le partage correspond au dénominateur de la fraction à représenter ou à repérer. Ici, la fraction est en dixième et le partage est en vingtième.
- Utilisation de l'écriture avec virgule privilégiée à l'écriture fractionnaire.

- **Analyse des distracteurs**

- Pour réussir cet item, l'élève doit comprendre la graduation.
- Le distracteur 4,9 peut être la lecture d'un pas de graduation de 0,1 en partant de 4,1.
- Le distracteur 4,8 peut être la lecture d'un pas de graduation de 0,1 en partant de 4,2

Pistes d'exploitation des résultats de l'évaluation

- **Différenciation pédagogique (complexification et/ou simplification de l'item)**

Modifications possibles de l'item pour en faire un item correspondant au niveau de maîtrise inférieur

- Ne pas mettre la graduation intermédiaire.

Modifications possibles de l'item pour en faire un item correspondant au niveau supérieur

- Déplacer M pour que son abscisse soit 4,55 ou 4,45.

- **Remédiations possibles**

- Compléter les graduations.

Exemples de ressources :

- Fractions et nombres décimaux au cycle 3 – Document Ressources Eduscol – 2016
http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Fractions_et_decimaux/60/1/RA16_C3_MATH_frac_dec_doc_maitre_V2_681601.pdf
- Les dossiers de la DEPP, n°208 "Cedre 2014 mathématiques en fin d'école"
http://cache.media.education.gouv.fr/file/208/89/6/depp-dossier-2017-208-cedre-2014-mathematiques-fin-ecole_847896.pdf

Nombres et calcul - Item 6

Nombres et calculs

Voici un tableau de proportionnalité :

5	2,5	7,5	10
7	?	10,5	14

Quelle est la donnée manquante ? Cocher la bonne réponse.

- ☐ 3,5
☐ 3
☐ 4,5
☐ 4

Réponse attendue	« 3,5 »
Descriptif de la tâche	Utiliser une propriété de linéarité pour compléter un tableau de proportionnalité.
Positionnement	Cet item fait partie de l'ensemble d'items qui caractérisent le niveau "Très bonne maîtrise " et témoigne de ce que les élèves de ce niveau savent faire.
Compétence(s) mathématique(s)	Chercher - Calculer
Contexte de la situation	Intra mathématiques

Éléments de compréhension de la réussite ou de l'échec de l'élève à l'item

- Raisons pouvant expliquer la réussite de l'item par les élèves ayant une maîtrise fragile ou plus
- Cadre de nombres dans un univers usuel des élèves.
- Difficultés susceptibles de mettre en échec un élève de niveau de maîtrise inférieur
- Difficultés de maîtrise des décimaux.
- Surcharge de valeurs dans le tableau.
- Valeurs de la première colonne qui ne sont pas dans l'ordre croissant.
- Usage complexe du coefficient de proportionnalité sur cet exemple, car cela conduit à des calculs complexes à mener, ce qui limite les procédures à l'utilisation des propriétés de linéarité pour compléter un tableau de proportionnalité. Or l'enseignement de la proportionnalité au cycle 3

fait souvent la part belle au coefficient de proportionnalité, qualifiant l'utilisation des propriétés de linéarité comme une autre procédure possible, voire une procédure experte.

- **Analyse des distracteurs**

- $7 - 2,5 = 4,5$.
- $10,5 - 7,5 = 3$.
- $14 - 10 = 4$.

Pistes d'exploitation des résultats de l'évaluation

- **Différenciation pédagogique (complexification et/ou simplification de l'item)**

Modifications possibles de l'item pour en faire un item correspondant au niveau de maîtrise inférieur

- Mettre les valeurs de la 1re colonne dans l'ordre croissant.
- Donner des possibilités de combinaisons linéaires avec des valeurs entières.

5	2	7	10
80	?	112	160

- Contextualiser.

Masse de fruits en kg	5	2,5	7,5	10
Prix en euros	7	?	10,5	14

- **Remédiations possibles**

- Renforcer les faits numériques.
- Proposer des tableaux de proportionnalité et des valeurs numériques qui centrent l'activité de l'élève sur l'utilisation des propriétés de la linéarité.

4	6	10
5	7,5	

3,9	6,5	
3	5	8

2	8	10	18
7	28		

- Sans en faire un exercice procédural que l'élève peut réussir par mimétisme, mais en variant les situations, notamment celle où le coefficient de proportionnalité est le plus facilement accessible :

Masse de fruits en kg	12	20
Prix en euros	36	

Masse de fruits en kg	1,2	2,5
Prix en euros		10

3	5	11
12		

Exemples de ressources

Isabelle Soto, Nicolas Rouche - Résolution de problèmes de proportionnalité par des paysans chiliens. (Repères-IREM, N°14, p. 5-19 : <http://numerisation.univ-irem.fr/WR/IWR97091/IWR97091.pdf>)

Le concept de proportionnalité joue un rôle fondamental dans tous les secteurs de l'activité humaine. Isabelle Soto s'était intéressé aux stratégies et procédures de résolution de problèmes de proportionnalité utilisées hors de l'école. Elle avait constaté chez des paysans chiliens une très grande maîtrise de la proportionnalité et l'utilisation de procédures assez éloignées des procédures scolaires d'alors, notamment de l'utilisation des propriétés de linéarité qui permettent de garder le sens du problème.

Nombres et calcul - Item 7

Nombres et calculs

Dans un magasin, si j'achète 6 ballons, je paierai 12 euros.

Combien paierai-je si j'achète 3 ballons ?

Cocher la bonne réponse.

- ☐ 4 euros
- ☐ 2 euros
- ☐ 3 euros
- ☐ 6 euros

Réponse attendue	« 6 euros »
Descriptif de la tâche	Identifier une situation de proportionnalité entre deux grandeurs à partir du sens de la situation et résoudre le problème de proportionnalité impliquant ces grandeurs en utilisant une procédure adaptée.
Positionnement	Cet item fait partie de l'ensemble d'items qui caractérisent le niveau "Maîtrise fragile" et témoigne de ce que les élèves de ce niveau savent faire.
Compétence(s) mathématique(s)	Modéliser - Calculer
Contexte de la situation	Familier

Eléments de compréhension de la réussite ou de l'échec de l'élève à l'item

- **Raisons pouvant expliquer la réussite de l'item par les élèves ayant une maîtrise fragile ou plus**
 - Contexte familier et modélisable mentalement (prix d'objets).
 - Valeurs en jeu entières, l'une est le double de l'autre.
 - Typologie d'exercice classique.

- **Difficultés susceptibles de mettre en échec un élève de niveau de maîtrise inférieur**
 - Nécessité de mobiliser des connaissances encore fragiles pour un élève de niveau de maîtrise insuffisant. La procédure utilisant les propriétés de linéarité (le prix de la moitié de 6 ballons est la moitié de douze euros) est mise en difficulté lorsque le lien moitié / double et le sens des opérations sont encore fragiles.
 - Difficulté à repérer la procédure à mettre en œuvre. Au cycle trois, les élèves reconnaissent et résolvent des problèmes relevant de la proportionnalité en utilisant une procédure adaptée : propriétés de linéarité (additive et multiplicative), passage à l'unité, coefficient de proportionnalité (ici la grandeur quotient 2€ par ballon). Dans la situation proposée, le fait de pouvoir acheter les ballons à l'unité est implicite, ce qui peut influencer une procédure de type « passage à l'unité » (souvent privilégiée dans l'enseignement). Pour cet exercice, cela reste dans le champ des nombres entiers (le prix d'un ballon est de 2 euros), mais nécessite davantage d'étapes de calcul pour apporter la réponse.
- **Analyse des distracteurs**
 - Réponse 4 euros : une mauvaise identification des relations en jeu peut conduire un élève à diviser 12 euros par 3 ou à valider la réponse 4 euros en la multipliant par 3.
 - Réponse 3 euros : erreur classique d'identification d'un ballon à 1 euro peut conduire au prix de 3 euros.
 - Réponse 2 euros : un passage à l'unité (le prix d'un ballon), sans finaliser le calcul peut conduire au choix de 2 euros.

Pistes d'exploitation des résultats de l'évaluation

- **Différenciation pédagogique (complexification et/ou simplification de l'item)**

Modifications possibles de l'item pour en faire un item correspondant au niveau de maîtrise inférieur

- Eviter les éléments qui peuvent faire écran à la manifestation de la compréhension partielle.
- Offrir d'autres procédures aux élèves et limiter le calcul par le choix des distracteurs. On peut proposer par exemple un prix plus élevé parmi les prix possibles.
- Modifier la question en "combien paierai-je si j'achète un ballon ?" ou pour éviter la difficulté de la moitié : dans un magasin, si j'achète 3 ballons, je paierai 6 euros. Combien paierai-je si j'achète 6 ballons ?

Modifications possibles de l'item pour en faire un item correspondant au niveau supérieur

- Diminuer les procédures possibles, notamment celles utilisant les relations internes. En montant en compétences sur ce type de tâche, l'élève est amené à maîtriser les différentes procédures pour utiliser la plus adaptée. Par exemple la question suivante peut être posée

“dans un magasin, si j’achète 4 ballons, je paierai 12 euros. Combien paierai-je si j’achète 7 ballons ?”.

- Avec cet énoncé, choisir les distracteurs pour permettre un travail sur l’erreur
 - 11 euros : valeur inférieure au prix initial, qui correspond aussi à $7+4$
 - 15 euros : “j’ajoute 3 ballons donc 3 euros”, modèle additif erroné
 - 23 euros : $12 \times 2 - 1$ comme transposition de $4 \times 2 - 1 = 7$, non maîtrise du modèle multiplicatif
- Choisir des valeurs qui peuvent amener à des calculs avec les fractions et les nombres décimaux, ce qui rend le raisonnement plus difficile à contrôler, “dans un magasin, si j’achète 6 ballons, je paierai 9 euros. Combien paierai-je si j’achète 3 ballons ?”

• Remédiations possibles

- Redonner du sens à la proportionnalité par la manipulation : puzzle de Brousseau pour casser le modèle additif par exemple.
- Pour les élèves pour lesquels la proportionnalité fait sens mais ayant échoué :
 - travailler les relations simples entre les nombres en lien avec les faits numériques (en l'occurrence moitié / double dans le cas présent) ;
 - proposer de schématiser la situation avec les données de l’item (dont les tableaux) ;
 - travailler les ordres de grandeur ;
 - proposer aux élèves de créer une situation similaire.

Exemples de ressources

- Arnaud Simard (2012b). Le concept de proportionnalité dans la liaison CM2-Sixième Petit x, n°90, p. 35-52. IREM de Grenoble.

http://www-irem.ujf-grenoble.fr/revues/revue_x/fic/90/90x2.pdf

- Conférence de consensus Cnesco-Ifé "Nombres et calcul au primaire" (novembre 2015)

<http://www.cnesco.fr/fr/numeration/>

→ Éric RODITI, Université Paris Descartes - Le calcul et l’intelligence du calcul

<http://www.cnesco.fr/fr/numeration/paroles-dexperts/calcul-et-operations/>

- Résoudre des problèmes de proportionnalité au cycle 3 – Document Ressources Eduscol – 2016

http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Proportionnalite/95/5/RA16_C3_MATH_doc_maitre_proport_N.D_576955.pdf

- Samuel Voisin L’enseignement de la proportionnalité : une expérimentation en classe de SEGPA.

Petit x n°103 p. 33-56. IREM de Grenoble

Résumé <https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/revues/petit-x/consultation/numero-103-petit-x/3-l-enseignement-de-la-proportionnalite-une-experimentation-en-classe-de-segpa--507326.kjsp?RH=1550186246161>

Nombres et calcul - Item 8

Nombres et calculs

Pour faire une pâte à crêpes pour 4 personnes, il faut :



Pour 8 personnes, combien faut-il d'ingrédients ?

Cocher la bonne réponse.

- | | | | |
|--|---|---|---|
| ☐ - 500 grammes de farine
☐ - 500 ml de lait
☐ - 4 œufs
☐ - 2 cuillères à soupe de sucre
☐ - 100 grammes de beurre fondu | ☐ - 500 grammes de farine
☐ - 1 litre de lait
☐ - 4 œufs
☐ - 2 cuillères à soupe de sucre
☐ - 100 grammes de beurre fondu | ☐ - 500 grammes de farine
☐ - 1 litre de lait
☐ - 2 œufs
☐ - 1/2 cuillère à soupe de sucre
☐ - 50 grammes de beurre fondu | ☐ - 250 grammes de farine
☐ - 1 litre de lait
☐ - 4 œufs
☐ - 2 cuillères à soupe de sucre
☐ - 100 grammes de beurre fondu |
|--|---|---|---|

Réponse attendue	« - 500 grammes de farine - 1 litre de lait - 4 œufs - 2 cuillères à soupe de sucre - 100 grammes de beurre fondu »
Descriptif de la tâche	Identifier une situation de proportionnalité entre deux grandeurs à partir du sens de la situation et résoudre le problème de proportionnalité impliquant ces grandeurs en utilisant une procédure adaptée.
Positionnement	Cet item fait partie de l'ensemble d'items qui caractérisent le niveau "Maîtrise satisfaisante" et témoigne de ce que les élèves de ce niveau savent faire.
Compétence(s) mathématique(s)	Chercher - Modéliser - Calculer
Contexte de la situation	Familier

Éléments de compréhension de la réussite ou de l'échec de l'élève à l'item

- Raisons pouvant expliquer la réussite de l'item par les élèves ayant une maîtrise fragile ou plus

- Utilisation naturelle de la proportionnalité dans des situations de type, consciemment ou non. En effet, sans avoir formalisé la notion de proportionnalité et sans utiliser les outils classiques (passage à l'unité, produit en croix, tableau...), la compréhension de la situation permet de conclure autour d'un raisonnement pouvant s'appuyer sur "pour huit personnes, il en faut deux fois plus" et qui utilise la linéarité, comme on "fait de la prose sans le savoir ».
- Exploitation assez spontanée des rapports entiers pour apporter des réponses utilisant la proportionnalité.
- Invalidation des procédures additives ou les confusions double/moitié grâce aux six couples de données (nombre de personnes, d'œufs, quantité de farine, de lait, de sucre et de beurre fondu).

- Difficultés susceptibles de mettre en échec un élève de niveau de maîtrise inférieur

- Reconnaissance de la proportionnalité qui n'entraîne pas de manière automatique un traitement proportionnel.
- Situation étrangère à quelques élèves. Les élèves de niveau de maîtrise fragile et insuffisant abordent plus difficilement les problèmes avec bon sens et ne font pas confiance en leur intuition. Ils ont besoin de se rattacher à des techniques. Cet exercice multiplie alors les difficultés : lien moitié/double, quantités entières et fractionnaires ($\frac{1}{2}$ l de lait), conversion d'unités (l et ml), unité de mesure spécifique (cuillère à soupe)...

- Analyse des distracteurs

- Réponse 1 : mise en évidence la difficulté de maîtrise du $\frac{1}{2}$ litre de lait et de la conversion d'unités.
- Réponse 3 : mise en évidence la confusion double/moitié.

Pistes d'exploitation des résultats de l'évaluation

- Différenciation pédagogique (complexification et/ou simplification de l'item)

Modifications possibles de l'item pour en faire un item correspondant au niveau de maîtrise inférieur

- Proposer une recette sans lait. La conversion d'unités de volume peut générer une difficulté supplémentaire pour les élèves. Une recette sans lait est une situation qui peut mettre davantage d'élèves en réussite, notamment les élèves au niveau de maîtrise "fragile".

Modifications possibles de l’item pour en faire un item correspondant au niveau supérieur

- S'appuyer sur l'échelle à six niveaux de maîtrise, construite par la DEPP, lors de l'évaluation Cedre. Elle positionne les paramètres de difficulté des items et les niveaux de compétences des élèves.

Le groupe 3 qui pourrait regrouper une partie des élèves de maîtrise satisfaisante qui *“sont capables de résoudre des problèmes de proportionnalité qui ne mettent pas en jeu des unités spécifiques, leurs acquis restent fragiles lorsqu’il s’agit de produire en autonomie une réponse”*. Un item caractéristique de ce groupe est : pour faire une salade de fruits on a utilisé la recette suivante : 800 g de fruits pour 160 g de sucre. Avec la même recette, combien faut-il de sucre pour 1600 g de fruits ?

Pour le groupe 4 de l'évaluation Cedre (entre le niveau de maîtrise satisfaisant et très satisfaisant) des élèves capables de *“réussir des problèmes utilisant la proportionnalité lorsque les mesures de longueur sont explicites, et lorsque la relation additive est évidente”*, un item caractéristique est : pour faire une salade de fruits on a utilisé la recette suivante : 800 g de fruits pour 160 g de sucre. Avec la même recette, combien faut-il de fruits pour 40 g de sucre ?

Pour le groupe 5 de l'évaluation Cedre (une partie des élèves au niveau de maîtrise très satisfaisant) des élèves qui *“manient habilement les concepts mathématiques de fin d'école primaire, ce qui leur permet de prendre du recul dans les situations”* un item caractéristique est : pour faire une salade de fruits on a utilisé la recette suivante : 800 g de fruits pour 160 g de sucre. Avec la même recette, combien faut-il de fruits pour 120 g de sucre ?

Exemples de ressources

- Sophie René de Cotret, 1991, Étude de l'influence des variables indice de proportionnalité du thème et nombre de couples de données sur la reconnaissance, le traitement et la compréhension de problèmes de proportionnalité chez des élèves de 13-14 ans.

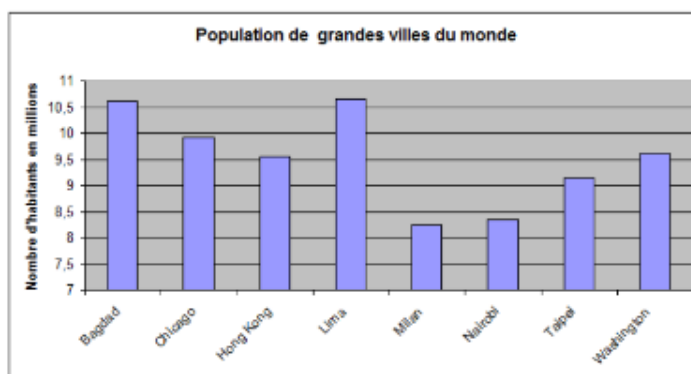
<http://www.theses.fr/1991GRE10024>

- Dossier de la DEPP 208 « Cedre 2014, mathématiques en fin d'école
http://cache.media.education.gouv.fr/file/208/89/6/depp-dossier-2017-208-cedre-2014-mathematiques-fin-ecole_847896.pdf

Nombres et calcul - Item 9

Nombres et calculs

Ce graphique représente le nombre d'habitants de quelques grandes villes du monde.



Quelle ville a le plus d'habitants ?

choisir une option

— laissez vide —

Lima

Milan

Chicago

Washington

Quelle ville a le moins d'habitants ?

choisir une option

laissez vide

Lima

Milan

Chicago

Washington

Réponse attendue	« Lima » et « Milan »
Descriptif de la tâche	Lire les données d'un diagramme en bâtons et les interpréter pour répondre à une question.
Positionnement	Cet item fait partie de l'ensemble d'items qui caractérisent le niveau "Maîtrise fragile" et témoigne de ce que les élèves de ce niveau savent faire.
Compétence(s) mathématique(s)	Chercher
Contexte de la situation	Familier

Éléments de compréhension de la réussite ou de l'échec de l'élève à l'item

- **Raisons pouvant expliquer la réussite de l'item par les élèves ayant une maîtrise fragile ou plus**

- Association direct entre le plus d'habitants et le plus grand bâton.
- Elimination de la réponse "Bagdad" en repérant qu'elle ne figure pas dans les réponses possibles. En effet, la précision de la lecture graphique peut conduire à un doute entre "Bagdad" et "Lima" pour le choix de la ville qui a le plus d'habitants.

- **Difficultés susceptibles de mettre en échec un élève de niveau de maîtrise inférieur**

- Nécessité de comparer les informations et pas seulement de les extraire. Cela passe par l'association du "plus" au bâton le plus haut et du "moins" au bâton le moins haut.
- Difficulté pour comprendre les éléments du graphique : signification des axes, échelle en ordonnée, mise en relation de la ville avec un nombre d'habitants.

- **Analyse des distracteurs**

- Inversion des réponses "Milan" et "Lima" : cela peut indiquer une confusion entre "le moins d'habitants" et "le plus d'habitants".
- Réponse "Chicago" : L'élève ne visualise pas les deux bâtons associés à "Lima" et "Bagdad".
- Réponse "Washington" : l'élève peut répondre en n'ayant pas compris l'information donnée par la hauteur du bâton et en s'appuyant sur des rangements "du plus petit au plus grand".

Pistes d'exploitation des résultats de l'évaluation

- **Différenciation pédagogique (complexification et/ou simplification de l'item)**

Modifications possibles de l'item pour en faire un item correspondant au niveau de maîtrise inférieur

- Proposer une série de données dont les valeurs se lisent avec précision. C'est le cas pour des études statistiques portant sur tous les élèves de la classe ou tous les élèves de 6e.

Modifications possibles de l'item pour en faire un item correspondant au niveau supérieur

- Proposer une série de données quantitatives et ordonnées. C'est le cas si l'étude porte sur le temps : précipitations par année.

- **Remédiations possibles**

- Faire verbaliser par l'élève, est nécessaire pour comprendre sa lecture, avec une question la plus ouverte possible "quelle(s) information(s) donne(nt) ce graphique ?" qui peut s'affiner, après la lecture d'une ville, "quelle information donne le graphique sur la ville de Chicago ?". La verbalisation de la stratégie utilisée est intéressante pour écrire ensemble une stratégie générale.